



ФГОС

Ю. В. Садовничий

ПРОМЕЖУТОЧНОЕ ТЕСТИРОВАНИЕ

8

КЛАСС

ГЕОМЕТРИЯ

**НОВАЯ
ФОРМА
АТТЕСТАЦИИ
УЧАЩИХСЯ**

**ИТОГОВЫЙ КОНТРОЛЬ ■
ЗНАНИЙ УЧАЩИХСЯ
15 ВАРИАНТОВ ЗАДАНИЙ ■
ЗАДАНИЯ КО ВСЕМ ТЕМАМ КУРСА ■
ОТВЕТЫ ■**

Ю. В. Садовничий

ПРОМЕЖУТОЧНОЕ ТЕСТИРОВАНИЕ

ГЕОМЕТРИЯ

8 КЛАСС

- ☒ *Итоговый контроль знаний учащихся*
- ☒ *15 вариантов заданий*
- ☒ *Задания ко всем темам курса*
- ☒ *Ответы*

*Издательство
«ЭКЗАМЕН»*

МОСКВА
2015

УДК 372.8:514
ББК 74.262.21
С14

Садовничий Ю. В.

С14 Промежуточное тестирование. Геометрия. 8 класс. ФГОС / Ю. В. Садовничий. — М. : Издательство «Экзамен», 2015. — 76, [4] с. (Серия «Промежуточное тестирование»)

ISBN 978-5-377-08072-5

Данное пособие полностью соответствует федеральному государственному образовательному стандарту (второго поколения).

Книга содержит сборник итоговых тестов по геометрии для учащихся 8-го класса.

Предложенные задания полностью соответствуют школьной программе. Каждый тест можно рассматривать как итоговую контрольную работу, охватывающую весь материал учебника по геометрии для 8-го класса.

Пособие будет полезно учащимся 8-х классов средних школ для контроля знаний и для подготовки к ОГЭ, а также учителям математики для работы со школьниками.

Приказом № 729 Министерства образования и науки Российской Федерации учебные пособия издательства «Экзамен» допущены к использованию в общеобразовательных организациях.

УДК 372.8:514
ББК 74.262.21

Подписано в печать 25.07.2014. Формат 70х108/16.
Гарнитура «Школьная». Бумага офсетная. Уч.-изд. л. 1,74.
Усл. печ. л. 7,0. Тираж 7 000 экз. Заказ № 2579.

ISBN 978-5-377-08072-5

© Садовничий Ю. В., 2015
© Издательство «ЭКЗАМЕН», 2015

Содержание

Введение	4
Тест 1	5
Тест 2	8
Тест 3	12
Тест 4	15
Тест 5	19
Тест 6	23
Тест 7	27
Тест 8	30
Тест 9	34
Тест 10	37
Тест 11	41
Тест 12	45
Тест 13	49
Тест 14	53
Тест 15	57
 Ответы и решения	 61
Тест 1	61
Тест 2	65
Тест 3	65
Тест 4	65
Тест 5	65
Тест 6	65
Тест 7	70
Тест 8	70
Тест 9	70
Тест 10	70
Тест 11	70
Тест 12	76
Тест 13	76
Тест 14	76
Тест 15	76

Введение

Данная книга содержит 15 итоговых тестов по геометрии для учащихся 8-х классов средних школ. Каждый тест состоит из 14 задач. В задачах 1–4 из приведенных ответов необходимо выбрать один верный, используя при этом определения или теоремы из школьного учебника. Задачи 5–11 — это задачи на вычисление. Нужно решить такую задачу, получить ответ, а затем выбрать из приведенных ответов тот, который совпадает с полученным. Задачи 12 и 13 — это задачи на доказательство каких-либо теорем или фактов, и, наконец, задача 14 — задача на построение. Тесты 1, 6 и 11 снабжены краткими решениями, остальные тесты — ответами.

Среди задач встречаются как простые, требующие только знания соответствующих определений и теорем, так и достаточно сложные, при решении которых необходима какая-то нестандартная идея. В целом предложенные в данном пособии задания полностью соответствуют школьной программе. Каждый тест можно рассматривать как итоговую контрольную работу, охватывающую весь материал учебника по геометрии для 8-го класса.

При работе над книгой автор использовал материалы, предложенные в учебнике по геометрии для 8-го класса Л.С. Атанасян и др. Данное пособие будет полезно учащимся 8-х классов средних школ для контроля знаний, учащимся старших классов для повторения материала, а также учителям математики для работы со школьниками.

Желаем успехов!

ТЕСТ 1

1. Периметром многоугольника называется

- 1) сумма длин всех его сторон
- 2) длина его наибольшей стороны
- 3) длина его наименьшей стороны
- 4) нет верного ответа

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐

2. Если каждую сторону прямоугольника увеличить в два раза, то его площадь увеличится

- 1) в 2 раза
- 2) в 4 раза
- 3) в 6 раз
- 4) в 8 раз

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐

3. Сколько диагоналей можно провести из одной вершины выпуклого двадцатиугольника?

- 1) 20
- 2) 19
- 3) 18
- 4) 17
- 5) 16

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

4. Значения $\sin 30^\circ$, $\operatorname{tg} 45^\circ$, $\cos 60^\circ$ соответственно равны

- 1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\sqrt{3}$; $\frac{1}{2}$
- 2) $\frac{1}{2}$; $\frac{\sqrt{3}}{3}$; $\frac{1}{2}$
- 3) $\frac{1}{2}$; 1; $\frac{1}{2}$
- 4) $\frac{1}{2}$; 1; $\frac{\sqrt{3}}{2}$

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐

5. Все углы выпуклого пятиугольника равны между собой. Чему равна градусная мера каждого из углов этого пятиугольника?

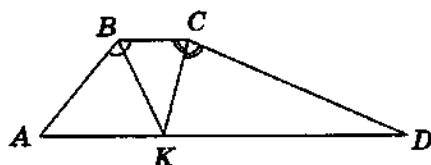
☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

- 1) 90°
- 2) 105°
- 3) 108°
- 4) 120°
- 5) другой ответ

☒
1
2
3
4
5

6. Биссектрисы тупых углов B и C трапеции $ABCD$ пересекаются в точке K , лежащей на основании AD , как показано на рисунке. Длины оснований трапеции $ABCD$ равны 10 и 4. Найдите периметр этой трапеции.

- 1) 18
- 2) 20
- 3) 22
- 4) 24
- 5) другой ответ



☒
1
2
3
4
5

7. Высоты параллелограмма равны 2 и 7, а его периметр равен 36. Чему равна площадь этого параллелограмма?

- 1) 14
- 2) 18
- 3) 24
- 4) 28
- 5) другой ответ

☒
1
2
3
4
5

8. Расстояния от середины гипотенузы до катетов прямоугольного треугольника равны 3 и 4. Найдите длину гипотенузы этого треугольника.

- 1) 5
- 2) 7
- 3) 10
- 4) 12
- 5) другой ответ

9. В треугольнике ABC проведена биссектриса BL . Найдите AC , если $AB=2$, $BC=5$ и $AL=1$.

- 1) 3,5
- 2) 4
- 3) 4,5
- 4) 5
- 5) другой ответ

	☒
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

10. Расстояние между центрами двух окружностей радиусов 3 и 1 равно 5. Найдите длину отрезка общей внешней касательной этих окружностей.

- 1) 4
- 2) $3\sqrt{2}$
- 3) $\sqrt{21}$
- 4) $2\sqrt{6}$
- 5) другой ответ

	☒
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

11. В трапецию с основаниями 3 и 5 можно вписать окружность и около этой трапеции можно описать окружность. Найдите радиус вписанной окружности.

- 1) 2
- 2) $\sqrt{15}/2$
- 3) $\sqrt{3}$
- 4) $\sqrt{2}$
- 5) другой ответ

	☒
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

12. Докажите, что отрезок, соединяющий середины боковых сторон трапеции, параллелен основаниям трапеции.



13. Отрезок BD — биссектриса треугольника ABC . Докажите, что $BD^2 = AB \cdot BC - AD \cdot DC$.



14. Даны три отрезка, длины которых равны a , b и c . Постройте отрезок, длина которого равна $\frac{ab}{c}$.



ТЕСТ 2

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐

1. Сумма углов выпуклого n -угольника равна

- 1) $n \cdot 180^\circ$
- 2) $(n-1) \cdot 180^\circ$
- 3) $(n-2) \cdot 180^\circ$
- 4) $(n-3) \cdot 180^\circ$

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐

2. Медиана AM делит треугольник ABC на два треугольника, площади которых

- 1) всегда равны
- 2) могут быть равны, а могут быть не равны
- 3) никогда не равны
- 4) нет верного ответа

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐

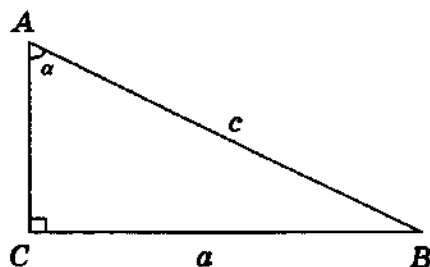
3. Прямая, проходящая через середины двух соседних сторон выпуклого тридцатиугольника, разбивает тридцатиугольник на треугольник и «новый» многоугольник. Сколько вершин имеет этот «новый» многоугольник?

- 1) 29
- 2) 30
- 3) 31
- 4) 32

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐
6	☐

4. По рисунку выразите длину c гипотенузы AB прямоугольного треугольника ABC через длину a его катета BC и тригонометрическую функцию угла $\alpha = \angle BAC$.

- 1) $c = \frac{a}{\cos \alpha}$
- 2) $c = \frac{a}{\sin \alpha}$
- 3) $c = a \operatorname{tg} \alpha$
- 4) $c = \frac{a}{\operatorname{tg} \alpha}$
- 5) $c = a \sin \alpha$
- 6) $c = a \cos \alpha$



5. Сколько сторон имеет выпуклый многоугольник, каждый угол которого равен 135° ?

1) 6
2) 7
3) 8
4) 9
5) другой ответ

☒
1
2
3
4
5

6. Точка M лежит на стороне AB квадрата $ABCD$. Расстояния от точки M до прямых AC и BD равны соответственно 1 и 3. Найдите сумму длин диагоналей этого квадрата.

1) 12
2) 14
3) 16
4) 20
5) другой ответ

☒
1
2
3
4
5

7. Найдите площадь параллелограмма, острый угол которого равен 45° , а перпендикуляр, опущенный из точки пересечения диагоналей на большую сторону, делит ее на отрезки длины 16 см и 6 см.

1) 200 см^2
2) 220 см^2
3) 240 см^2
4) 260 см^2
5) другой ответ

☒
1
2
3
4
5

☒	☒
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

8. Основания прямоугольной трапеции равны 10 и 5, а длина меньшей боковой стороны равна 12. Найдите длину большей боковой стороны этой трапеции.

1) 12
2) 13
3) 14
4) 15
5) другой ответ

☒	☒
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

9. Биссектриса AD треугольника ABC делит сторону BC на отрезки CD и BD , равные соответственно 4,5 см и 13,5 см. Найдите AB , если периметр треугольника ABC равен 42 см.

1) 16 см
2) 17 см
3) 18 см
4) 19 см
5) другой ответ

☒	☒
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

10. Расстояние между центрами двух окружностей радиусов 3 и 1 равно 5. Найдите длину отрезка общей внутренней касательной этих окружностей.

1) $2\sqrt{2}$
2) $\sqrt{15}$
3) 3
4) 4
5) другой ответ

☒	☒
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

11. Найдите радиус вписанной в равносторонний треугольник окружности, если радиус описанной окружности равен 10 см.

1) 6 см
2) 3 см
3) 4 см
4) 5 см
5) другой ответ

12. Докажите, что медиана прямоугольного треугольника, проведенная к гипотенузе, равна половине гипотенузы.
13. Докажите, что площадь прямоугольной трапеции, описанной около окружности, равна произведению оснований.
14. Дан треугольник ABC . Постройте треугольник $A_1B_1C_1$, подобный треугольнику ABC , площадь которого в два раза больше площади треугольника ABC .

ТЕСТ 3

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

1. Сумма углов выпуклого четырехугольника равна

- 1) 180°
- 2) 270°
- 3) 360°
- 4) 450°
- 5) 540°

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐

2. Площадь ромба равна

- 1) произведению его диагоналей
- 2) половине произведения его диагоналей
- 3) удвоенному произведению его диагоналей
- 4) нет верного ответа

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐

3. Число диагоналей выпуклого семиугольника равно

- 1) 10
- 2) 12
- 3) 14
- 4) другой ответ

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐

4. Значения $\cos 30^\circ$, $\cos 45^\circ$, $\operatorname{tg} 60^\circ$ соответственно равны

- 1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 1; $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- 2) $\frac{1}{2}$; $\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\sqrt{3}$
- 3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\sqrt{3}$
- 4) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 1; $\sqrt{3}$

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

5. Градусные меры углов выпуклого пятиугольника пропорциональны числам 1, 2, 3, 4, 5. Чему равен наибольший из углов этого пятиугольника?

- 1) 108°
- 2) 126°
- 3) 144°
- 4) 172°
- 5) такой выпуклый пятиугольник не существует

6. На стороне AD выпуклого четырехугольника $ABCD$ выбрана точка E так, что прямая CE разбивает данный четырехугольник на ромб и равнобедренный треугольник. Найдите периметр четырехугольника $ABCD$, если $AB = 1$ и $CD = 3$.

- 1) 6
- 2) 7
- 3) 8
- 4) 9
- 5) нет однозначного ответа

☒
1 ☐
2 ☐
3 ☐
4 ☐
5 ☐

7. В треугольнике ABC , площадь которого равна 18, на стороне AC взята такая точка K , что $AK:KC = 1:3$. Найдите площадь треугольника ABK .

- 1) 6
- 2) 4,5
- 3) 3
- 4) 9
- 5) другой ответ

☒
1 ☐
2 ☐
3 ☐
4 ☐
5 ☐

8. Расстояния от точки M , лежащей внутри квадрата $ABCD$, до его сторон AB и AD равны соответственно 1 и $3\sqrt{2}$, а расстояние от этой же точки до вершины B равно 3. Найдите длину диагонали квадрата $ABCD$.

- 1) $5\sqrt{2}$
- 2) 10
- 3) $10\sqrt{2}$
- 4) 20
- 5) другой ответ

☒
1 ☐
2 ☐
3 ☐
4 ☐
5 ☐

9. В треугольник ABC вписан ромб $APQR$ так, что вершины P , Q и R лежат соответственно на сторонах AB , BC и AC . Найдите AC , если $PB = 2$ и $RC = 8$.

- 1) 10
- 2) 11
- 3) 12
- 4) 13
- 5) другой ответ

☒
1 ☐
2 ☐
3 ☐
4 ☐
5 ☐

	☒
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

10. В выпуклом четырехугольнике длины диагоналей равны 2 и 7. Одна из сторон четырехугольника является диаметром окружности, проходящей через точку пересечения его диагоналей. Найдите площадь этого четырехугольника.

- 1) 14
- 2) $7\sqrt{2}$
- 3) $2\sqrt{7}$
- 4) 7
- 5) другой ответ

	☒
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

11. Найдите диаметр окружности, вписанной в прямоугольную трапецию с основаниями 3 и 5.

- 1) 3,5
- 2) $15/4$
- 3) $17/4$
- 4) 4
- 5) другой ответ



12. В параллелограмме, смежные стороны которого не равны, проведены биссектрисы углов. Докажите, что при их пересечении образуется прямоугольник.



13. Докажите, что если диагонали вписанного четырехугольника перпендикулярны, то сумма квадратов противоположных сторон четырехугольника равна квадрату диаметра описанной окружности.



14. Постройте треугольник, если даны середины его сторон.

ТЕСТ 4

1. Если в параллелограмме диагонали равны между собой, то этот параллелограмм

- 1) всегда ромб
- 2) всегда прямоугольник
- 3) всегда квадрат
- 4) нет верного ответа

☒	☐
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐

2. Каждая сторона первого треугольника больше любой стороны второго треугольника. Тогда площадь первого треугольника

- 1) всегда больше площади второго треугольника
- 2) всегда равна площади второго треугольника
- 3) всегда меньше площади второго треугольника
- 4) нет верного ответа

☒	☐
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐

3. Сколько тупых углов может быть в выпуклом пятиугольнике?

- 1) 0; 1; 2; 3; 4; 5
- 2) 0; 1; 2; 3; 4
- 3) 1; 2; 3; 4; 5
- 4) 2; 3; 4; 5

☒	☐
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐

4. Значения $\sin 30^\circ$, $\cos 45^\circ$, $\operatorname{tg} 30^\circ$ соответственно равны

- 1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 1; $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- 2) $\frac{1}{2}$; $\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- 3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- 4) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 1; $\frac{\sqrt{3}}{3}$

☒	☐
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐

☒	☐
☐	☐
☐	☐
☐	☐
☐	☐

5. Градусная мера одного из углов выпуклого четырехугольника составляет 20% суммы градусных мер трех других его углов. Чему равна градусная мера этого угла данного четырехугольника?

1) 45°
 2) 60°
 3) 75°
 4) 90°
 5) другой ответ

☒	☐
☐	☐
☐	☐
☐	☐
☐	☐

6. В равнобедренной трапеции $МКРТ$ из вершины $К$ верхнего основания проведена высота $КН$, при этом точка $Н$ делит нижнее основание MT трапеции в отношении $MH:HT=2:7$. Найдите длину верхнего основания трапеции, если длина ее нижнего основания равна 18 см.

1) 10 см
 2) 12 см
 3) 14 см
 4) 16 см
 5) другой ответ

☒	☐
☐	☐
☐	☐
☐	☐
☐	☐

7. Точка $М$ лежит на основании AB равнобедренного треугольника ABC . Найдите площадь этого треугольника, если длины его боковых сторон AC и BC равны 10, а сумма расстояний от точки $М$ до этих сторон равна 8.

1) 20
 2) 40
 3) 60
 4) 80
 5) нельзя определить однозначно

☒	☐
☐	☐
☐	☐
☐	☐
☐	☐

8. Катеты прямоугольного треугольника равны 7 и 24. Найдите длину высоты этого треугольника, проведенной к гипотенузе.

1) 6,5
 2) 6,64
 3) 6,72
 4) 6,86
 5) другой ответ

9. Треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ подобны, и их сходственные стороны относятся как $6:5$. Площадь треугольника ABC больше площади треугольника $A_1B_1C_1$ на 77 см^2 . Найдите площадь треугольника ABC .

- 1) 246 см^2
- 2) 248 см^2
- 3) 250 см^2
- 4) 252 см^2
- 5) другой ответ

10. На стороне AC остроугольного треугольника ABC как на диаметре построена окружность. Эта окружность пересекает стороны BC и AB этого треугольника соответственно в точках A_1 и C_1 . Отрезки AA_1 и CC_1 пересекаются в точке H . Найдите угол между прямыми BH и AC .

- 1) 80°
- 2) 85°
- 3) 90°
- 4) 95°
- 5) нет однозначного ответа

11. Четырехугольник $ABCD$ описан около окружности радиуса 2. Известно, что $AB:CD = 2:3$. Найдите длину стороны AB , если площадь четырехугольника равна 15.

- 1) 3,5
- 2) $10/3$
- 3) 3
- 4) 4
- 5) другой ответ

12. Точки M и N — середины сторон AD и BC параллелограмма $ABCD$. Докажите, что прямые AN и MC делят диагональ BD на три равные части.

5	☒
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

5	☒
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

5	☒
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐





13. В четырехугольнике $ABCD$, вписанном в окружность, биссектрисы углов A и B пересекаются в точке, лежащей на стороне CD . Докажите, что $CD = BC + AD$.



14. Постройте треугольник по стороне и медианам, проведенным к двум другим сторонам.

ТЕСТ 5

1. Если в параллелограмме диагонали взаимно перпендикулярны, то этот параллелограмм

1) всегда ромб
2) всегда прямоугольник
3) всегда квадрат
4) нет верного ответа

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐

2. Периметры двух подобных треугольников относятся как

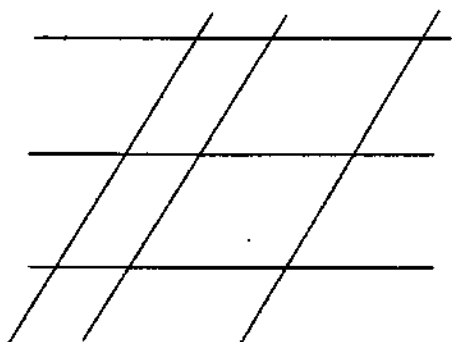
1) коэффициент подобия
2) квадрат коэффициента подобия
3) куб коэффициента подобия
4) нет верного ответа

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐

3. Количество параллелограммов, изображенных на рисунке, равно

1) 7
2) 9
3) 11
4) 4
5) 5

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐



4. По рисунку выразите длину c гипотенузы AB прямоугольного треугольника ABC через длину b его катета AC и тригонометрическую функцию угла $\alpha = \angle BAC$.

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐
6	☐

$$1) c = \frac{b}{\cos \alpha}$$

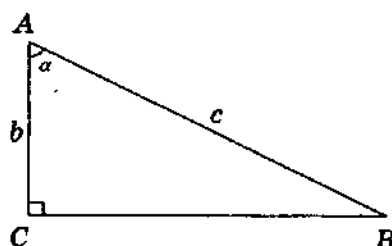
$$4) c = \frac{b}{\operatorname{tg} \alpha}$$

$$2) c = \frac{b}{\sin \alpha}$$

$$5) c = b \sin \alpha$$

$$3) c = b \operatorname{tg} \alpha$$

$$6) c = b \cos \alpha$$



☒
1 ☐
2 ☐
3 ☐
4 ☐
5 ☐

5. Точка M расположена во внутренней области угла ABC , градусная мера которого равна 72° . Прямая MA перпендикулярна прямой AB , а прямая MC перпендикулярна прямой CB . Найдите величину большего угла четырехугольника $MAVC$.

- 1) 108°
- 2) 112°
- 3) 120°
- 4) 144°
- 5) другой ответ

☒
1 ☐
2 ☐
3 ☐
4 ☐
5 ☐

6. Острый угол между диагоналями прямоугольника равен 30° . В каком отношении диагональ прямоугольника делит угол при его вершине?

- 1) 1:2
- 2) 1:3
- 3) 1:4
- 4) 1:5
- 5) другой ответ

☒
1 ☐
2 ☐
3 ☐
4 ☐
5 ☐

7. Найдите площадь четырехугольника, если его диагонали взаимно перпендикулярны, а их длины равны 3 и 9.

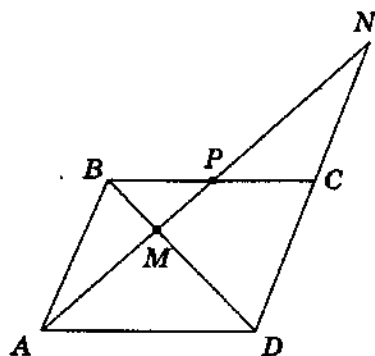
- 1) 12
- 2) 13,5
- 3) 18
- 4) 27
- 5) другой ответ

8. Дан равнобедренный треугольник со сторонами 10 см, 10 см и 12 см. Найдите длину его высоты, опущенной на боковую сторону.

- 1) 8 см
- 2) 8,8 см
- 3) 9,2 см
- 4) 9,6 см
- 5) другой ответ

9. Через вершину A параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая прямые BD , CD и BC соответственно в точках M , N и P , как показано на рисунке. Известно, что $MP=1$, $PN=3$. Найдите длину отрезка AM .

- 1) $\sqrt{3}$
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 4
- 5) другой ответ



10. К окружности с центром в точке O проведены касательная AB и секущая AO (B — точка касания). Отрезок AO пересекает окружность в точке L . Известно, что $AB=12$, $AL=8$. Найдите радиус окружности.

- 1) 6
- 2) 3
- 3) 4
- 4) 5
- 5) другой ответ

✓	
1	
2	
3	
4	
5	

✓	
1	
2	
3	
4	
5	

✓	
1	
2	
3	
4	
5	

8	☒
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

11. Угол, противолежащий основанию равнобедренного треугольника, равен 120° , боковая сторона треугольника равна 8. Найдите диаметр окружности, описанной около этого треугольника.

- 1) 13
- 2) 14
- 3) 15
- 4) 16
- 5) другой ответ

12. В выпуклом четырехугольнике диагонали взаимно перпендикулярны. Докажите, что площадь четырехугольника равна половине произведения его диагоналей.

13. На сторонах параллелограмма вне его построены квадраты. Докажите, что точки пересечения диагоналей этих квадратов являются вершинами квадрата.

14. К данной окружности постройте касательную, проведенную через данную точку вне окружности.

ТЕСТ 6

1. Площадь прямоугольника равна
 - 1) сумме двух его смежных сторон
 - 2) модулю разности двух его смежных сторон
 - 3) произведению двух его смежных сторон
 - 4) нет верного ответа

2. Два равнобедренных треугольника имеют по равному острому углу. Такие треугольники
 - 1) всегда подобны
 - 2) никогда не подобны
 - 3) могут быть, а могут и не быть подобными
 - 4) нет верного ответа

3. Диагональ разбивает выпуклый четырехугольник на два равных треугольника. Такой четырехугольник
 - 1) всегда параллелограмм
 - 2) может быть, а может не быть параллелограммом
 - 3) не может быть параллелограммом
 - 4) всегда ромб

4. Значения $\cos 60^\circ$, $\operatorname{tg} 45^\circ$, $\operatorname{tg} 30^\circ$ соответственно равны
 - 1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 1; $\frac{\sqrt{3}}{3}$
 - 2) $\frac{1}{2}$; $\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\frac{\sqrt{3}}{3}$
 - 3) $\frac{1}{2}$; 1; $\sqrt{3}$
 - 4) $\frac{1}{2}$; 1; $\frac{\sqrt{3}}{3}$

5. Каждая из градусных мер трех углов первого четырехугольника на 20% меньше, чем градусная мера каждого из трех углов второго четырехугольника, а

☒
1 ☐
2 ☐
3 ☐
4 ☐

☒
1 ☐
2 ☐
3 ☐
4 ☐

☒
1 ☐
2 ☐
3 ☐
4 ☐

☒
1 ☐
2 ☐
3 ☐
4 ☐

☒
1 ☐
2 ☐
3 ☐
4 ☐
5 ☐

градусная мера четвертого угла первого четырехугольника на 60% больше градусной меры четвертого угла второго четырехугольника. Найдите градусную меру четвертого угла первого четырехугольника.

- 1) 108°
- 2) 126°
- 3) 144°
- 4) 150°
- 5) другой ответ

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

6. Диагональ AC является биссектрисой острого угла BAD равнобедренной трапеции $ABCD$ и перпендикулярна боковой стороне CD . Найдите периметр этой трапеции, если $AB = 1$.

- 1) 6
- 2) 7
- 3) 4
- 4) 5
- 5) другой ответ

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

7. Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 48. Через середину M его стороны BC и вершину A проведена прямая, пересекающая диагональ BD в точке O . Найдите площадь треугольника BOM .

- 1) 6
- 2) 8
- 3) 3
- 4) 4
- 5) другой ответ

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

8. Одна из диагоналей параллелограмма является его высотой. Найдите эту диагональ, если периметр параллелограмма равен 50, а одна из смежных сторон больше другой на 1.

- 1) 8

- 2) 10
- 3) 12
- 4) 5
- 5) другой ответ

9. В прямоугольном треугольнике ABC из вершины прямого угла C проведена высота CH . Известно, что $AH = 3$, $BH = 27$. Найдите длину отрезка CH .

- 1) 3
- 2) 9
- 3) 27
- 4) 81
- 5) другой ответ

10. Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 12. Окружность радиуса 8 с центром вне этого треугольника касается продолжений боковых сторон треугольника и касается основания AC . Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC .

- 1) 3
- 2) 3,5
- 3) 4
- 4) 4,5
- 5) другой ответ

11. Найдите основание равнобедренного треугольника, если центр вписанной в него окружности делит высоту, проведенную к основанию, в отношении 12:5, считая от вершины, а боковая сторона равна 60.

- 1) 40
- 2) 45
- 3) 50
- 4) 55
- 5) другой ответ

12. Докажите, что если диагонали выпуклого четырехугольника взаимно перпендикулярны, то суммы квадратов длин его противоположных сторон равны.



1	☒
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐



1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐



1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐



 13. Докажите, что отрезки, соединяющие основания высот остроугольного треугольника, образуют треугольник, в котором эти высоты являются биссектрисами.

 14. Дана прямая a , точка A , лежащая на этой прямой, и точка B , не лежащая на ней. Постройте окружность, проходящую через точку B и касающуюся прямой a в точке A .

ТЕСТ 7

1. Площадь треугольника равна

- 1) произведению его основания на высоту
- 2) половине произведения его основания на высоту
- 3) удвоенному произведению его основания на высоту
- 4) нет верного ответа

☒	☐
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐

2. Два равнобедренных треугольника имеют по равному тупому углу. Такие треугольники

- 1) всегда подобны
- 2) никогда не подобны
- 3) могут быть, а могут и не быть подобными
- 4) нет верного ответа

☒	☐
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐

3. Диагональ разбивает выпуклый четырехугольник на два неравных треугольника. Такой четырехугольник

- 1) всегда параллелограмм
- 2) может быть, а может не быть параллелограммом
- 3) не может быть параллелограммом
- 4) может быть прямоугольником

☒	☐
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐

4. Значения $\operatorname{tg} 60^\circ$, $\sin 45^\circ$, $\cos 30^\circ$ соответственно равны

- 1) $\frac{\sqrt{3}}{3}$; 1; $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- 2) $\frac{\sqrt{3}}{3}$; $\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- 3) $\sqrt{3}$; $\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- 4) $\sqrt{3}$; $\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\frac{1}{2}$

☒	☐
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐

5. Длины трех сторон четырехугольника равны 6 см, 7 см и 8 см. Какое самое большое целое значение может принимать периметр этого четырехугольника?

- 1) 40 см
- 2) 41 см
- 3) 42 см
- 4) 43 см
- 5) другой ответ

☒	☐
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

6. Диагональ PM параллелограмма $PKME$ делит его на два равнобедренных треугольника со сторонами 8, 8 и 9. Найдите периметр этого параллелограмма, если угол между его диагоналями не равен 90° .

- 1) 32
2) 34
3) 36
4) 40
5) другой ответ

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

7. Точка E — середина стороны AB параллелограмма $ABCD$, а точка F на его стороне AD выбрана таким образом, что $AF:FD=1:2$. Площадь треугольника ABF равна 8. Чему равна площадь треугольника BCE ?

- 1) 8
2) 10
3) 12
4) 16
5) другой ответ

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

8. В равнобедренной трапеции высота равна 8, а диагональ равна 17. Найдите площадь этой трапеции.

- 1) 90
2) 100
3) 110
4) 120
5) другой ответ

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

9. В прямоугольном треугольнике ABC из вершины прямого угла C проведена высота CD . Известно, что $AD=1$, $BD=8$. Найдите длину отрезка BC .

- 1) $2\sqrt{2}$
2) 8
3) $6\sqrt{2}$
4) 9
5) другой ответ

10. В параллелограмме $ABCD$ длина диагонали BD равна 8, угол C равен 75° . Окружность, описанная около треугольника ABD , касается прямой CD . Найдите площадь параллелограмма.

1) 32
2) 36
3) 40
4) 44
5) другой ответ

11. В равнобедренном треугольнике основание равно 10 см, а боковая сторона равна 13 см. Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.

1) $11/3$ см
2) $10/3$ см
3) 3 см
4) 4 см
5) другой ответ

12. Докажите, что касательные, проведенные через концы хорды, не являющейся диаметром окружности, пересекаются.

13. Докажите, что площадь трапеции равна произведению одной из боковых сторон на перпендикуляр, проведенный из середины другой боковой стороны к прямой, содержащей первую боковую сторону.

14. Даны две параллельные прямые и точка, не лежащая ни на одной из них. Постройте окружность, проходящую через данную точку и касающуюся данных прямых.

	☒
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

	☒
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐



ТЕСТ 8

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐

1. Площадь трапеции равна

- 1) произведению суммы ее оснований на высоту
- 2) произведению модуля разности ее оснований на высоту
- 3) произведению полусуммы ее оснований на высоту
- 4) нет верного ответа

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐

2. Центром окружности, вписанной в треугольник, служит

- 1) точка пересечения медиан треугольника
- 2) точка пересечения высот треугольника
- 3) точка пересечения биссектрис углов треугольника
- 4) точка пересечения серединных перпендикуляров сторон треугольника

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐

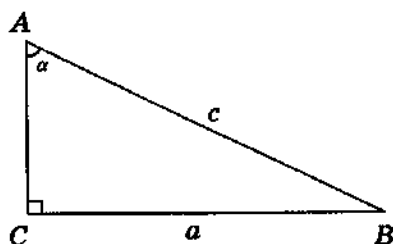
3. Если AC — диагональ четырехугольника $ABCD$, а медианы треугольников ABC и ADC , проведенные к стороне AC , равны между собой и лежат на одной прямой, то четырехугольник $ABCD$

- 1) всегда параллелограмм
- 2) может быть, а может не быть параллелограммом
- 3) не может быть параллелограммом
- 4) всегда квадрат

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐
6	☐

4. По рисунку выразите длину a катета BC прямоугольного треугольника ABC через длину c его гипотенузы AB и тригонометрическую функцию угла $\alpha = \angle BAC$.

- 1) $a = \frac{c}{\cos \alpha}$
- 2) $a = \frac{c}{\sin \alpha}$
- 3) $a = ctg \alpha$
- 4) $a = \frac{c}{tg \alpha}$
- 5) $a = c \sin \alpha$
- 6) $a = c \cos \alpha$

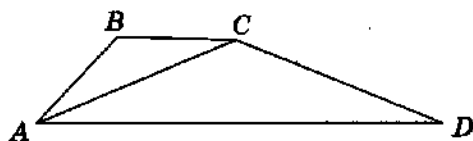


5. Градусная мера угла при вершине A_1 четырехугольника $A_1A_2A_3A_4$ равна 15° , а каждая из градусных мер углов при вершинах A_2 , A_3 и A_4 этого четырехугольника на одну и ту же величину больше градусной меры предыдущего угла. Найдите градусную меру угла при вершине A_4 четырехугольника $A_1A_2A_3A_4$.

- 1) 135°
- 2) 145°
- 3) 155°
- 4) 165°
- 5) другой ответ

6. Диагональ AC трапеции $ABCD$ делит трапецию на два равнобедренных треугольника ($AB = BC$, $AC = CD$), как показано на рисунке. Найдите величину угла BCD , если величина угла ABC равна 120° .

- 1) 120°
- 2) 130°
- 3) 140°
- 4) 150°
- 5) другой ответ



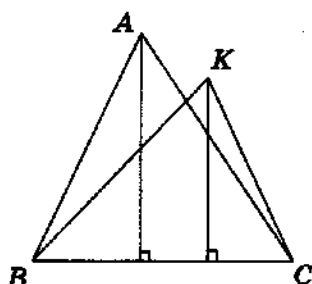
7. Треугольники ABC и KBC имеют общую сторону BC , как показано на рисунке. Высоты этих треугольников, опущенные на сторону BC , относятся как $6:5$. Найдите площадь треугольника ABC , если она на 10 больше площади треугольника KBC .

☒
1 ☐
2 ☐
3 ☐
4 ☐
5 ☐

☒
1 ☐
2 ☐
3 ☐
4 ☐
5 ☐

☒
1 ☐
2 ☐
3 ☐
4 ☐
5 ☐

- 1) 60
- 2) 70
- 3) 80
- 4) 90
- 5) другой ответ



☒	☐
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

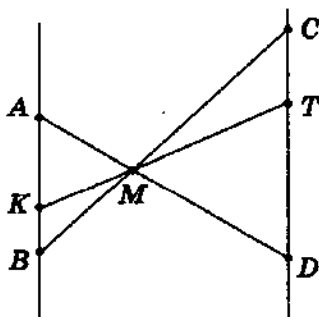
8. Внутри равнобедренного треугольника ABC со сторонами $AB = BC = 5$ и $AC = 6$ выбрана точка M . Расстояния от точки M до сторон AB и AC равны 2 и 1 соответственно. Найдите расстояние от этой точки до стороны BC .

- 1) 1
- 2) 1,2
- 3) 1,6
- 4) 2
- 5) другой ответ

☒	☐
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

9. Три прямые AD , BC и KT пересекаются в точке M , как показано на рисунке. Прямые AB и CD параллельны. Известно, что $MK = 3$, $MT = 5$, $AB = 9$. Найдите длину отрезка CD .

- 1) 10
- 2) 15
- 3) 20
- 4) 30
- 5) другой ответ



10. На окружности последовательно расположены точки A, B, C, K, L, M . Хорды окружности AK и CM пересекаются в точке O . Определите величину угла COK , если градусные меры дуг ABC и KLM равны 72° и 86° соответственно.

- 1) 98°
- 2) 99°
- 3) 100°
- 4) 101°
- 5) другой ответ

11. В прямоугольный треугольник вписана окружность радиуса 4. Найдите периметр треугольника, если гипотенуза равна 26.

- 1) 54
- 2) 56
- 3) 58
- 4) 60
- 5) другой ответ

12. Через точку, лежащую вне окружности, проведены две секущие. Докажите, что угол между ними измеряется полумразностью дуг, заключенных внутри этого угла.

13. Стороны треугольника EFG равны соответственно медианам треугольника ABC . Докажите, что площадь треугольника EFG в $4/3$ раза меньше площади треугольника ABC .

14. Постройте треугольник по двум сторонам и биссектрисе угла между ними.

✓	✓
1	
2	
3	
4	
5	

✓	✓
1	
2	
3	
4	
5	



ТЕСТ 9

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐

1. Если квадрат одной стороны треугольника равен сумме квадратов двух других его сторон, то такой треугольник

1) всегда остроугольный
 2) всегда прямоугольный
 3) всегда тупоугольный
 4) нет верного ответа

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐

2. Отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции, параллелен ее основаниям и равен

1) полусумме оснований
 2) полуразности оснований
 3) разности оснований
 4) нет верного ответа

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐

3. Если диагональ выпуклого четырехугольника делит его на два равнобедренных прямоугольных треугольника, то этот четырехугольник

1) всегда параллелограмм
 2) может быть, а может не быть параллелограммом
 3) не может быть параллелограммом
 4) всегда квадрат

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐

4. Значения $\sin 60^\circ$, $\sin 45^\circ$, $\operatorname{tg} 30^\circ$ соответственно равны

1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 1; $\frac{\sqrt{3}}{3}$
 2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\frac{\sqrt{3}}{3}$
 3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\sqrt{3}$
 4) $\frac{1}{2}$; $\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\frac{\sqrt{3}}{3}$

5. Известно, что градусные меры четырех углов выпуклого пятиугольника равны между собой и выражаются целыми числами градусов. Какое наименьшее значение может принимать градусная мера пятого угла этого пятиугольника?

1) 1°
2) 2°
3) 3°
4) 4°
5) такого значения не существует

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

6. Диагонали трапеции делят ее среднюю линию на три равных отрезка. Чему равно меньшее основание этой трапеции, если ее большее основание равно 9?

1) 4,5
2) 5,5
3) 4
4) 5
5) другой ответ

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

7. Найдите площадь прямоугольного треугольника, если сумма его катетов равна 7, а сумма их квадратов равна 27.

1) 4,5
2) 5,5
3) 4
4) 5
5) другой ответ

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

8. Диагонали четырехугольника $ABCD$ взаимно перпендикулярны. Найдите длину отрезка AD , если $AB=3$, $BC=5$ и $CD=8$.

1) $4\sqrt{2}$
2) 6
3) $4\sqrt{3}$
4) $4\sqrt{5}$
5) другой ответ

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

	☒
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

9. В равнобедренном треугольнике ABC известно, что $AB = BC = 10$, $AC = 5$. Точка M так расположена на стороне BC , что $AM = 5$. Найдите длину отрезка MC .

1) 5,5
2) 2,5
3) 3,3
4) 4
5) другой ответ

	☒
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

10. В треугольнике ABC стороны AB и BC равны. На стороне AB как на диаметре построена окружность, пересекающая сторону BC в точке D таким образом, что $BD:DC = 2:1$. Найдите длину основания AC треугольника, если известно, что $AB = 6$.

1) 2
2) 3
3) $2\sqrt{6}$
4) $3\sqrt{3}$
5) другой ответ

	☒
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

11. Найдите расстояние между серединами хорд AB и AM окружности радиуса 10, если длины этих хорд соответственно равны 20 и 16.

1) 8
2) 2
3) 6
4) 4
5) невозможно определить



12. Докажите, что медианы треугольника разбивают его на шесть треугольников, площади которых попарно равны.



13. Середины трех высот треугольника лежат на одной прямой. Докажите, что этот треугольник прямоугольный.



14. Постройте треугольник ABC , если даны углы A и C и отрезок, равный сумме стороны AC и высоты BH .

ТЕСТ 10

1. Отношение площадей двух подобных треугольников равно

- 1) коэффициенту подобия
- 2) квадрату коэффициента подобия
- 3) кубу коэффициента подобия
- 4) нет верного ответа

☒
1 ☐
2 ☐
3 ☐
4 ☐

2. Центром окружности, описанной около треугольника, служит

- 1) точка пересечения медиан треугольника
- 2) точка пересечения высот треугольника
- 3) точка пересечения биссектрис углов треугольника
- 4) точка пересечения серединных перпендикуляров сторон треугольника

☒
1 ☐
2 ☐
3 ☐
4 ☐

3. Середины сторон произвольного четырехугольника

- 1) всегда являются вершинами параллелограмма
- 2) всегда являются вершинами ромба
- 3) всегда являются вершинами прямоугольника
- 4) нет верного ответа

☒
1 ☐
2 ☐
3 ☐
4 ☐

4. Значения $\cos 30^\circ$, $\sin 45^\circ$, $\operatorname{tg} 45^\circ$ соответственно равны

- 1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 1; 1
- 2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\frac{\sqrt{2}}{2}$; 1
- 3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- 4) $\frac{1}{2}$; $\frac{\sqrt{2}}{2}$; 1

☒
1 ☐
2 ☐
3 ☐
4 ☐

5. Три стороны выпуклого четырехугольника равны 1, 2, 3, а одна из его диагоналей равна 4. Чему равна четвертая сторона этого четырехугольника, если известно, что ее длина выражается целым числом?

☒
1 ☐
2 ☐
3 ☐
4 ☐
5 ☐

- 1) нельзя определить однозначно
- 2) такого выпуклого четырехугольника не существует
- 3) 3
- 4) 4
- 5) 5

☒	☐
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

6. Угол между прямыми, содержащими стороны AB и CD выпуклого четырехугольника $ABCD$, равен 90° . Расстояние между серединами сторон AD и BC этого четырехугольника равно 2. Найдите расстояние между серединами диагоналей четырехугольника $ABCD$.

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 4
- 5) невозможно определить

☒	☐
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

7. В треугольнике ABC медианы AM и CL перпендикулярны, а произведение их длин равно 27. Найдите площадь треугольника ABC .

- 1) 12
- 2) 15
- 3) 18
- 4) 27
- 5) другой ответ

☒	☐
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

8. Длины оснований равнобедренной трапеции равны 4 и 2, а длина ее боковой стороны равна $\sqrt{5}$. Найдите площадь этой трапеции.

- 1) 8
- 2) 6
- 3) 4
- 4) 5
- 5) другой ответ

9. В треугольнике ABC на стороне AC взята точка D так, что длина отрезка AD равна 3, а сумма углов ABC и ADB равна 180° . Найдите AC , если длина стороны BC равна 2.

- 1) 2
- 2) 3
- 3) 4
- 4) 5
- 5) другой ответ

✓	
1	
2	
3	
4	
5	

10. Выпуклый четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Диагональ AC является биссектрисой угла BAD и пересекается с диагональю BD в точке K . Найдите длину отрезка KC , если $BC = 4$, а $AK = 6$.

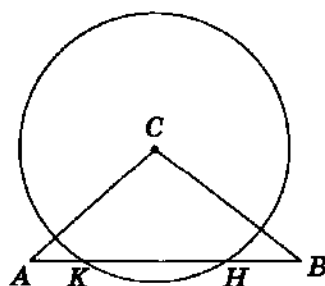
- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 5
- 5) другой ответ

✓	
1	
2	
3	
4	
5	

11. Площадь треугольника ABC равна 20, при этом $AB = 10$. Проведена окружность с центром в точке C и радиусом 5, как показано на рисунке. Определите длину хорды KH этой окружности, расположенной на прямой AB .

- 1) 6
- 2) 3
- 3) $2\sqrt{11}$
- 4) 10
- 5) другой ответ

✓	
1	
2	
3	
4	
5	





12. Докажите, что градусные меры дуг окружности, заключенных между параллельными хордами, равны.



13. Сумма углов при одном из оснований трапеции равна 90° . Докажите, что отрезок, соединяющий середины оснований трапеции, равен их полуразности.



14. Постройте трапецию по боковой стороне, большему основанию, углу между ними и отношению двух других сторон.

ТЕСТ 11

1. Медианы треугольника пересекаются в одной точке, которая делит каждую медиану в отношении

- 1) 1:1, считая от вершины
- 2) 2:1, считая от вершины
- 3) 3:1, считая от вершины
- 4) другой ответ

1	☒
2	☐
3	☐
4	☐

2. Если суммы противоположных сторон выпуклого четырехугольника равны, то

- 1) в него всегда можно вписать окружность
- 2) около него всегда можно описать окружность
- 3) его диагонали всегда перпендикулярны
- 4) нет верного ответа

1	☒
2	☐
3	☐
4	☐

3. Точка M — середина стороны CD параллелограмма $ABCD$. Прямые AM и BC пересекаются в точке K . Тогда прямые AC и DK

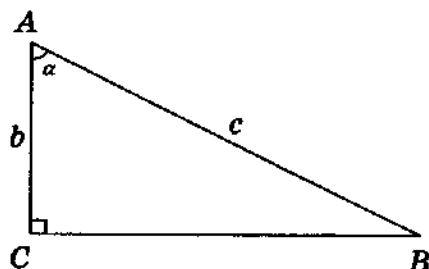
- 1) всегда параллельны
- 2) могут быть, а могут не быть параллельными
- 3) не могут быть параллельными
- 4) нет верного ответа

1	☒
2	☐
3	☐
4	☐

4. По рисунку выразить длину b катета AC прямоугольного треугольника ABC через длину c его гипотенузы AB и тригонометрическую функцию угла $\alpha = \angle BAC$.

- 1) $b = \frac{c}{\cos \alpha}$
- 2) $b = \frac{c}{\sin \alpha}$
- 3) $b = ctg \alpha$
- 4) $b = \frac{c}{tg \alpha}$
- 5) $b = c \sin \alpha$
- 6) $b = c \cos \alpha$

1	☒
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐
6	☐



☒	☒
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

5. Стороны параллелограмма равны 10 см и 8 см. Биссектрисы двух углов, прилежащих к большей стороне, делят противоположную сторону на три отрезка. Найдите длину среднего из этих отрезков.

1) 6 см
2) 7 см
3) 8 см
4) 5 см
5) другой ответ

☒	☒
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

6. В трапеции $ABCD$ углы A и D при основании AD равны 40° и 50° соответственно. Найдите длину отрезка, соединяющего середины оснований этой трапеции, если $AD=6$ и $BC=2$.

1) 2
2) 3
3) 4
4) 5
5) другой ответ

☒	☒
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

7. В прямоугольнике $ABCD$ на стороне BC взята точка P так, что $BP=1$ и $PC=2$, а на стороне CD выбрана точка Q такая, что $CQ=5$ и $QD=2$. Найдите площадь треугольника APQ .

1) 8
2) 8,5
3) 9
4) 9,5
5) другой ответ

8. Основание D высоты CD треугольника ABC лежит на стороне AB , причем $AD = BC$. Найдите AC , если $AB = 3$ и $CD = \sqrt{3}$.

- 1) $\sqrt{5}$
- 2) 2
- 3) $\sqrt{6}$
- 4) $\sqrt{7}$
- 5) другой ответ

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

9. В остроугольном треугольнике ABC , в котором $AC = 6$ и $\angle ABC = 60^\circ$, проведены высоты AA_1 и CC_1 . Найдите длину отрезка A_1C_1 .

- 1) 2
- 2) 3
- 3) 4
- 4) 5
- 5) другой ответ

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

10. Продолжение медианы AD треугольника ABC пересекает описанную около треугольника ABC окружность в точке E . Найдите длину отрезка BC , если длина каждой из хорд AC и EC равна 1.

- 1) 1
- 2) 2
- 3) $\sqrt{3}$
- 4) $\sqrt{2}$
- 5) другой ответ

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

11. Угол между радиусом AO окружности, описанной около остроугольного треугольника ABC , и стороной AC равен 10° . Найдите угол A треугольника ABC , если угол C равен 30° .

- 1) 50°
- 2) 60°
- 3) 70°
- 4) 80°
- 5) другой ответ

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

- 
12. Пусть AM — касательная к окружности, AB — хорда этой окружности. Докажите, что угол MAB измеряется половиной дуги AB , расположенной внутри угла MAB .
- 
13. Докажите, что сумма расстояний от точки, лежащей внутри равностороннего треугольника, до его сторон не зависит от положения этой точки.
- 
14. Постройте треугольник по трем высотам.

ТЕСТ 12

1. Синусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение

- 1) противолежащего катета к гипотенузе
- 2) прилежащего катета к гипотенузе
- 3) противолежащего катета к прилежащему катету
- 4) нет верного ответа

	☒
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐

2. Если суммы противоположных углов выпуклого четырехугольника равны, то

- 1) в него всегда можно вписать окружность
- 2) около него всегда можно описать окружность
- 3) его диагонали всегда перпендикулярны
- 4) нет верного ответа

	☒
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐

3. Длины двух сторон прямоугольного треугольника равны 5 и 12. Сколько различных значений может принимать длина третьей стороны этого треугольника?

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3
- 4) нет верного ответа

	☒
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐

4. Значения $\operatorname{tg} 30^\circ$, $\sin 60^\circ$, $\cos 60^\circ$ соответственно равны

- 1) $\frac{\sqrt{3}}{3}$; $\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\frac{1}{2}$
- 2) $\frac{\sqrt{3}}{3}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- 3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\frac{\sqrt{3}}{3}$; $\frac{1}{2}$
- 4) $\sqrt{3}$; $\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\frac{1}{2}$

	☒
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐

☒	☐
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

5. В параллелограмме $ABCD$ диагонали AC и BD пересекаются в точке O . Известно, что периметр параллелограмма равен 28, а периметры треугольников AOB и AOD равны 15 и 17 соответственно. Найдите длину стороны AB .

- 1) 6
- 2) 7
- 3) 8
- 4) 5
- 5) другой ответ

☒	☐
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

6. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AB проведена медиана AM , а из точки M на сторону AB опущен перпендикуляр MK . Известно, что $AK = 9$. Найдите длину отрезка AB .

- 1) 10
- 2) 11
- 3) 12
- 4) 13
- 5) другой ответ

☒	☐
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

7. Точка E лежит на стороне MP параллелограмма $MPTK$. Найдите площадь треугольника TKE , если площадь параллелограмма равна 8.

- 1) 6
- 2) 3
- 3) 4
- 4) 5
- 5) нельзя определить однозначно

☒	☐
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

8. Найдите расстояние от центра окружности радиуса 4 до ее хорды, длина которой равна 4.

- 1) $3\sqrt{2}$
- 2) 2
- 3) 3
- 4) $2\sqrt{3}$
- 5) другой ответ

9. Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 1 и 9. Отрезок MN делит эту трапецию на две трапеции $MBCN$ и $AMND$. Найдите длину отрезка MN , если трапеции $MBCN$ и $AMND$ подобны.

1) 6
2) 3
3) 4
4) 5
5) другой ответ

10. На боковой стороне BC равнобедренного треугольника ABC как на диаметре построена окружность, пересекающая основание этого треугольника в точке D . Найдите радиус этой окружности, если $AD = \sqrt{3}$ и $\angle ABC = 120^\circ$.

1) 1
2) $\sqrt{3}/2$
3) $1/2$
4) $\sqrt{3}$
5) другой ответ

11. Площадь четырехугольника $ABCD$ равна 9, радиус вписанной в него окружности равен 1, а длины сторон AB и BC равны 3 и 5 соответственно. Чему равна длина стороны CD ?

1) 6
2) 3
3) 4
4) 5
5) другой ответ

12. Докажите, что если не все углы выпуклого четырехугольника равны друг другу, то хотя бы один из них — тупой.

6	☒
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

6	☒
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

6	☒
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐



 13. Произвольная точка X окружности, описанной около равностороннего треугольника ABC , соединена отрезками с его вершинами. Докажите, что один из отрезков AX , BX и CX равен сумме двух других отрезков.

 14. Постройте общую касательную к двум данным окружностям.

ТЕСТ 13

1. Косинусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение

- 1) противолежащего катета к гипотенузе
- 2) прилежащего катета к гипотенузе
- 3) противолежащего катета к прилежащему катету
- 4) нет верного ответа

☒	☐
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐

2. Если в параллелограмм можно вписать окружность, то этот параллелограмм

- 1) всегда ромб
- 2) всегда прямоугольник
- 3) всегда квадрат
- 4) нет верного ответа

☒	☐
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐

3. Отрезки AA_1 и BB_1 — высоты остроугольного неравнобедренного треугольника ABC . В этом случае треугольники AA_1C и BB_1C

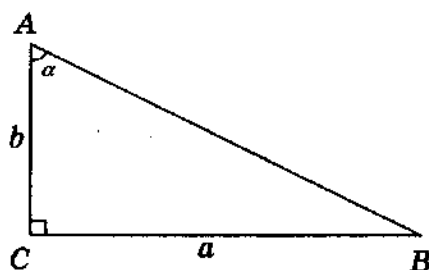
- 1) всегда равны
- 2) всегда подобны
- 3) могут быть, а могут не быть подобными
- 4) могут быть, а могут не быть равными
- 5) нет верного ответа

☒	☐
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

4. По рисунку выразить длину b катета AC прямоугольного треугольника ABC через длину a катета BC этого треугольника и тригонометрическую функцию угла $\alpha = \angle BAC$.

- 1) $b = \frac{a}{\cos \alpha}$
- 2) $b = \frac{a}{\sin \alpha}$
- 3) $b = a \operatorname{tg} \alpha$
- 4) $b = \frac{a}{\operatorname{tg} \alpha}$
- 5) $b = a \sin \alpha$
- 6) $b = a \cos \alpha$

☒	☐
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐
6	☐



☒ ☐
☐ ☐
☐ ☐
☐ ☐
☐ ☐

5. Сумма диагоналей параллелограмма равна 36 см. Какое наибольшее целое значение может принимать длина одной из сторон этого параллелограмма?

1) 15 см
 2) 16 см
 3) 17 см
 4) 18 см
 5) другой ответ

☒ ☐
☐ ☐
☐ ☐
☐ ☐
☐ ☐

6. В выпуклом четырехугольнике отрезки, соединяющие середины противоположных сторон, равны. Найдите величину угла между диагоналями этого четырехугольника.

1) 60°
 2) 70°
 3) 80°
 4) 90°
 5) невозможно определить

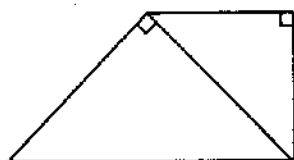
☒ ☐
☐ ☐
☐ ☐
☐ ☐
☐ ☐

7. Точки A_1 , B_1 , C_1 расположены на сторонах BC , CA и AB треугольника ABC так, что $BA_1 : A_1C = CB_1 : B_1A = AC_1 : C_1B = 1 : 2$. Площадь треугольника ABC равна 24. Чему равна площадь треугольника $A_1B_1C_1$?

1) 6
 2) 7
 3) 8
 4) 9
 5) другой ответ

8. Диагональ трапеции разбивает эту трапецию на два равнобедренных прямоугольных треугольника, как показано на рисунке. Найдите длину этой диагонали, если средняя линия трапеции равна $6\sqrt{2}$.

- 1) 6
2) $6\sqrt{2}$
3) 8
4) $8\sqrt{2}$
5) другой ответ



9. На сторонах острого угла с вершиной O взяты точки A и B . На луче OB взята точка M на расстоянии $3OA$ от прямой OA , а на луче OA — точка N на расстоянии $3OB$ от прямой OB . Известно, что $\angle AOB = 30^\circ$, $AB = 1$. Найдите длину отрезка MN .

- 1) 6
2) 3
3) 4
4) 5
5) другой ответ

10. В прямоугольный треугольник вписана окружность. Точка касания с окружностью делят гипотенузу на отрезки 5 и 12. Найдите площадь треугольника.

- 1) 45
2) 50
3) 55
4) 60
5) другой ответ

11. Медианы AP и BQ треугольника ABC пересекаются в точке D . Найдите длину отрезка AB , если $CD = \sqrt{12}$ и известно, что вокруг четырехугольника $PCQD$ можно описать окружность.

✓	
1	
2	
3	
4	
5	

✓	
1	
2	
3	
4	
5	

✓	
1	
2	
3	
4	
5	

✓	
1	
2	
3	
4	
5	

- 1) $2\sqrt{3}$
- 2) 6
- 3) $3\sqrt{3}$
- 4) 4
- 5) другой ответ

12. Докажите, что площадь равностороннего треугольника вычисляется по формуле $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, где a — сторона треугольника.

13. В треугольнике ABC из вершины B проведены высота BH и биссектриса угла B , которая пересекает в точке E описанную около треугольника окружность с центром O . Докажите, что луч BE является биссектрисой угла OBH .

14. Внутри окружности дана точка. Постройте хорду, проходящую через эту точку так, чтобы она была наименьшей из всех хорд, проходящих через эту точку.

ТЕСТ 14

1. Тангенсом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение

- 1) противолежащего катета к гипотенузе
- 2) прилежащего катета к гипотенузе
- 3) противолежащего катета к прилежащему катету
- 4) нет верного ответа

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐

2. Площадь описанного многоугольника равна произведению

- 1) его периметра на радиус вписанной окружности
- 2) его полупериметра на радиус вписанной окружности
- 3) его полупериметра на длину вписанной окружности
- 4) нет верного ответа

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐

3. Отрезки AA_1 и BB_1 — высоты остроугольного неравностороннего треугольника ABC . В этом случае треугольники ABC и A_1B_1C

- 1) всегда подобны
- 2) могут быть, а могут не быть подобными
- 3) не могут быть подобными
- 4) нет верного ответа

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐

4. Значения $\sin 45^\circ$, $\cos 45^\circ$, $\operatorname{tg} 60^\circ$ соответственно равны

- 1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- 2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- 3) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\sqrt{3}$
- 4) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\sqrt{3}$

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐

☒	☐
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

5. Градусная мера угла между биссектрисами двух соседних углов параллелограмма равна разности градусных мер этих углов. Чему равно отношение градусных мер двух соседних углов этого параллелограмма?

1) 2:1
2) 3:1
3) 3:2
4) 5:3
5) другой ответ

☒	☐
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

6. Средняя линия трапеции равна 4, а длина отрезка, соединяющего середины ее диагоналей, равна 3. Чему равно большее основание этой трапеции?

1) 6
2) 7
3) 8
4) 5
5) другой ответ

☒	☐
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

7. Найдите площадь равнобедренной трапеции $ABCD$, если длина ее высоты BH равна 6, а точка H разбивает большее основание AD трапеции на отрезки, длина большего из которых равна 9.

1) 50
2) 52
3) 54
4) 60
5) другой ответ

☒	☐
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

8. На двух смежных сторонах прямоугольника построены квадраты. Сумма квадратов длин всех четырех диагоналей этих квадратов равна 60. Чему равна диагональ данного прямоугольника?

1) $2\sqrt{6}$
2) $\sqrt{15}$
3) 3
4) 4
5) другой ответ

9. В треугольнике ABC угол C тупой, D — точка пересечения прямой DB , перпендикулярной к AB , и прямой DC , перпендикулярной к AC . Высота треугольника ADC , проведенная из вершины C , пересекает AB в точке M . Известно, что $AM=2$, $MB=6$. Найдите AC .

1) 4,5
2) 3,5
3) 3
4) 4
5) другой ответ

10. Центр O окружности радиуса 3 лежит на гипотенузе AC прямоугольного треугольника ABC . Катеты треугольника касаются окружности. Найдите площадь треугольника ABC , если известно, что длина отрезка OC равна 5.

1) 18
2) $73/4$
3) $147/8$
4) 19
5) другой ответ

11. В прямоугольном треугольнике ABC катеты AC и BC равны 3 и 4 соответственно. Окружность с центром в точке A проходит через точку C и пересекает гипотенузу AB в точке K , окружность с центром в точке B проходит через точку C и пересекает гипотенузу AB в точке M . Найдите длину отрезка MK .

1) 1
2) 2
3) 3
4) 4
5) другой ответ

12. Докажите, что перпендикуляр, проведенный из какой-нибудь точки окружности к ее диаметру, есть среднее пропорциональное длин отрезков, на которые основание перпендикуляра делит диаметр.

	☒
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

	☒
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

	☒
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐



-  13. Докажите, что в любом треугольнике сумма трех медиан меньше периметра, но больше половины периметра.
-  14. Постройте треугольник по стороне, противолежащему углу и высоте, проведенной к данной стороне.

ТЕСТ 15

1. Если расстояние от центра окружности до прямой равно радиусу этой окружности, то прямая и окружность

- 1) никогда не имеют общих точек
- 2) всегда имеют ровно одну общую точку
- 3) всегда имеют ровно две общие точки
- 4) нет верного ответа

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐

2. Если около параллелограмма можно описать окружность, то этот параллелограмм

- 1) всегда ромб
- 2) всегда прямоугольник
- 3) всегда квадрат
- 4) нет верного ответа

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐

3. Средняя линия треугольника делит этот треугольник на два многоугольника, площади которых относятся как

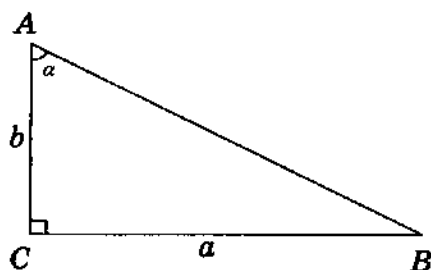
- 1) 1:2
- 2) 1:3
- 3) 1:4
- 4) другой ответ

☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐

4. По рисунку выразите длину a катета BC прямоугольного треугольника ABC через длину b катета AC этого треугольника и тригонометрическую функцию угла $\alpha = \angle BAC$.

- 1) $a = \frac{b}{\cos \alpha}$
- 2) $a = \frac{b}{\sin \alpha}$
- 3) $a = b \operatorname{tg} \alpha$
- 4) $a = \frac{b}{\operatorname{tg} \alpha}$
- 5) $a = b \sin \alpha$
- 6) $a = b \cos \alpha$

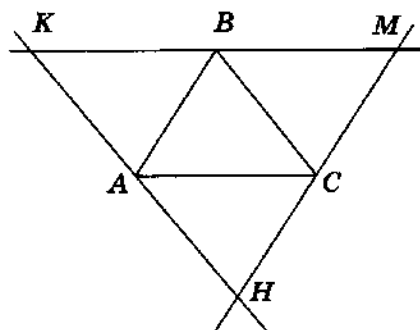
☒	
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐
6	☐



☒
☐
☐
☐
☐

5. Через вершины треугольника ABC провели прямые, параллельные противоположным сторонам этого треугольника. Эти прямые попарно пересекаются в точках M , K и H , как показано на рисунке. Сумма периметров всех получившихся при этом параллелограммов равна 40. Найдите периметр треугольника ABC .

- 1) 10
- 2) 15
- 3) 20
- 4) 5
- 5) другой ответ



☒
☐
☐
☐
☐

6. Из вершины P верхнего основания равнобедренной трапеции $MPLT$ на нижнее основание MT опущен перпендикуляр PH . Найдите отношение длины средней линии трапеции к длине отрезка HT .

- 1) 1:1
- 2) 1:2
- 3) 2:3
- 4) 3:4
- 5) невозможно определить

7. Диагонали параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O . Сумма площадей треугольников AOB , BOC и COD равна 15. Найдите площадь параллелограмма.

1) 18
2) 19
3) 20
4) 21
5) другой ответ

☒
1 ☐
2 ☐
3 ☐
4 ☐
5 ☐

8. В треугольнике ABC медианы AM и BN перпендикулярны, $AB = \sqrt{5}$, $BC = 2\sqrt{2}$. Найдите AC .

1) $\sqrt{19}$
2) $\sqrt{17}$
3) $3\sqrt{2}$
4) 4
5) другой ответ

☒
1 ☐
2 ☐
3 ☐
4 ☐
5 ☐

9. Биссектрисы MD и NK треугольника MNP пересекаются в точке O . Найдите отношение $OK:ON$, если $MN = 7$ см, $NP = 3$ см, $MP = 5$ см.

1) 1:1
2) 1:2
3) 1:3
4) 1:4
5) другой ответ

☒
1 ☐
2 ☐
3 ☐
4 ☐
5 ☐

10. Окружность радиуса 2 касается внешним образом другой окружности в точке A . Общая касательная к обеим окружностям, проведенная через точку A , пересекается с другой их общей касательной в точке B . Найдите радиус второй окружности, если $AB = 4$.

1) 6
2) 7
3) 8
4) 5
5) другой ответ

☒
1 ☐
2 ☐
3 ☐
4 ☐
5 ☐

8	☒
1	☐
2	☐
3	☐
4	☐
5	☐

11. В треугольник ABC со сторонами $AB=4$, $BC=5$ и $AC=6$ вписана окружность. Эта окружность касается стороны AB в точке K . Найдите длину отрезка AK .

- 1) 1,5
- 2) 2
- 3) 2,5
- 4) 3,5
- 5) другой ответ



12. Окружность с центром O описана около прямоугольного треугольника. Докажите, что точка O — середина гипотенузы.



13. Докажите, что если противоположные стороны выпуклого четырехугольника не параллельны, то их полусумма больше отрезка, соединяющего середины двух других противоположных сторон.



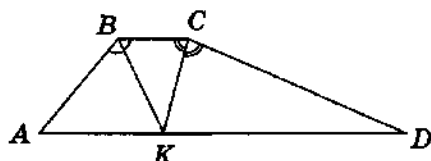
14. Постройте треугольник, если дана описанная окружность и на ней точки H , L и M , через которые проходят прямые, содержащие высоту, биссектрису и медиану треугольника, проведенные из одной вершины.

ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ

Тест 1

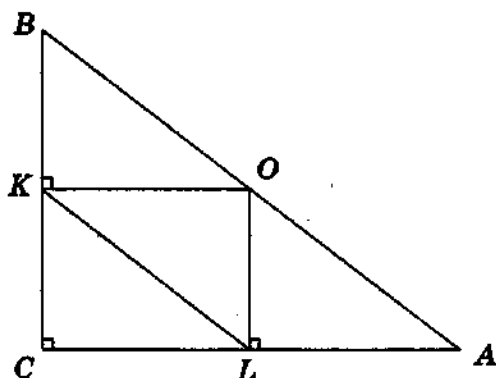
№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Ответ	1	2	4	3	3	4	4	3	1	3	2

1. Периметром многоугольника называется сумма длин всех его сторон.
2. Если a и b — стороны исходного прямоугольника, то его площадь равна $S_1 = ab$. Стороны нового прямоугольника равны $2a$ и $2b$, площадь этого прямоугольника равна $S_2 = 2a \cdot 2b = 4ab$, т.е. в 4 раза больше площади исходного.
3. Кроме той вершины, из которой проводятся диагонали, двадцатиугольник имеет еще 19 вершин. Значит, данную вершину можно соединить 19 отрезками с другими вершинами. Два этих отрезка будут служить сторонами, а остальные 17 — диагоналями.
4. Значения $\sin 30^\circ$, $\operatorname{tg} 45^\circ$, $\cos 60^\circ$ равны соответственно $\frac{1}{2}$, 1, $\frac{1}{2}$.
5. Так как сумма углов выпуклого пятиугольника равна $3 \cdot 180^\circ = 540^\circ$, то каждый угол равен $\frac{540^\circ}{5} = 108^\circ$.
6. Угол CBK равен углу AKB (как накрест лежащие). Следовательно, $\angle ABK = \angle AKB$ и $AB = AK$. Аналогично доказывается, что $CD = KD$. Это значит, что $AB + CD = AK + KD = AD = 10$ и периметр трапеции равен $(AB + CD) + AD + BC = 10 + 10 + 4 = 24$.



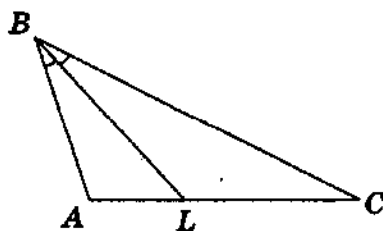
7. Пусть a и b — стороны данного параллелограмма ($a < b$). Так как площадь параллелограмма есть произведение его основания на высоту, проведенную к этому основанию, то $S = 7a$ и $S = 2b$. Таким образом, $7a = 2b$. Поскольку периметр параллелограмма равен 36, то $2a + 2b = 36$, следовательно, $9a = 36$ и $a = 4$. Это значит, что $S = 7a = 28$.

8. Пусть ABC — данный прямоугольный треугольник, O — середина гипотенузы AB , OL и OK — перпендикуляры, опущенные из точки O на катеты AC и BC соответственно. Пусть $OL = 3$ и $OK = 4$. Так как $OKCL$ — прямоугольник, то $KL = \sqrt{OL^2 + OK^2} = 5$.

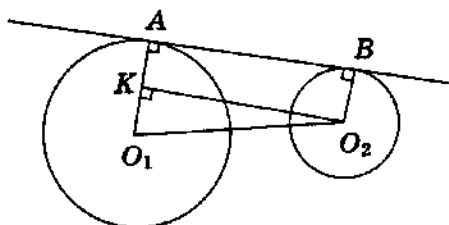


Поскольку точка O есть середина отрезка AB , то, согласно теореме Фалеса, точка L является серединой отрезка AC , а точка K — серединой BC . Следовательно, KL — средняя линия треугольника ABC . Так как длина средней линии равна половине длины стороны треугольника, ей параллельной, то $AB = 10$.

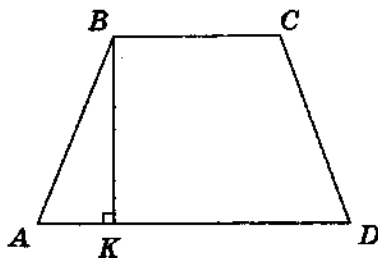
9. Так как биссектриса треугольника делит противоположную сторону на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам треугольника, то $\frac{AL}{LC} = \frac{AB}{BC} = \frac{2}{5}$. Поскольку $AL = 1$, то $LC = 2,5$ и $AC = AL + LC = 3,5$.



10. Пусть O_1 и O_2 — центры окружностей радиусов 3 и 1 соответственно. Пусть также общая касательная к этим окружностям касается окружности радиуса 3 в точке A , а окружности радиуса 1 в точке B . Тогда O_1ABO_2 — прямоугольная трапеция, в которой $O_1A = 3$, $O_1O_2 = 5$, $O_2B = 1$. Проведем высоту O_2K этой трапеции. Получаем прямоугольный треугольник O_1O_2K с гипотенузой $O_1O_2 = 5$ и катетом $O_1K = 3 - 1 = 2$. Тогда $KO_2 = \sqrt{O_1O_2^2 - O_1K^2} = \sqrt{21}$. Следовательно, $AB = KO_2 = \sqrt{21}$.

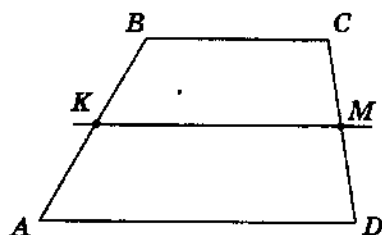


11. Пусть $ABCD$ — данная трапеция с основаниями $AD = 5$ и $BC = 3$. Так как около этой трапеции можно описать окружность, то она равнобедренная, поэтому $AB = CD$. Поскольку в трапецию $ABCD$ можно вписать окружность, то $AB + CD = AD + BC$. Отсюда следует, что $AB = 4$.



Опустим из точки B перпендикуляр BK на прямую AD . Тогда $AK = 1$ и $BK = \sqrt{AB^2 - AK^2} = \sqrt{15}$. Радиус вписанной окружности равен половине длины отрезка BK и равен $\sqrt{15}/2$.

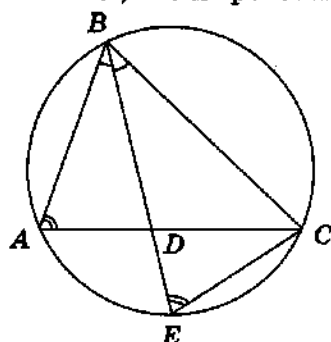
12. Пусть $ABCD$ — данная трапеция с основаниями AD и BC . Пусть также K — середина боковой стороны AB . Проведем через точку K прямую, параллельную основаниям трапеции. Эта прямая пересечет отрезок CD в точке M . Тогда, согласно теореме Фалеса, $CM = MD$. Так как через две точки можно провести только одну прямую, то отрезок, соединяющий середины боковых сторон трапеции, параллелен ее основаниям.



13. Продолжим биссектрису BD до пересечения с описанной около треугольника ABC окружностью в точке E . Тогда $\angle BAC = \angle BEC$ (как вписанные, опирающиеся на одну и ту же дугу). Следовательно, треугольники ABD и EBC подобны (по двум углам). Имеем:

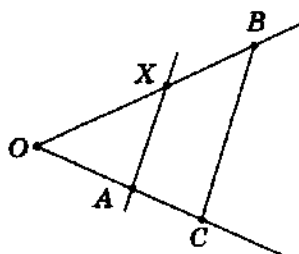
$$\frac{EB}{AB} = \frac{BC}{BD} \Leftrightarrow \frac{BD + DE}{AB} = \frac{BC}{BD} \Leftrightarrow BD^2 = AB \cdot BC - BD \cdot DE.$$

Так как произведения отрезков двух пересекающихся хорд окружности равны, то $BD \cdot DE = AD \cdot DC$. Окончательно получаем, что $BD^2 = AB \cdot BC - AD \cdot DC$, что и требовалось доказать.



14. Построим произвольный угол с вершиной в точке O . На одной стороне этого угла отложим отрезки $OA = a$ и $OC = c$, на другой — отрезок $OB = b$. Проведем через точку A прямую, параллельную прямой BC . Эта прямая пересечет вторую сторону угла в точке X . Тогда отрезок OX — искомый. Действительно, треугольники OAX и OCB подобны (по двум углам). Значит, $\frac{OA}{OX} = \frac{OC}{OB}$, откуда

$$OX = \frac{OA \cdot OB}{OC} = \frac{ab}{c}.$$



Тест 2

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Ответ	3	1	3	2	3	3	2	2	3	3	4

Тест 3

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Ответ	3	2	3	3	5	4	2	2	3	4	2

Тест 4

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Ответ	2	4	4	2	2	1	2	3	4	3	3

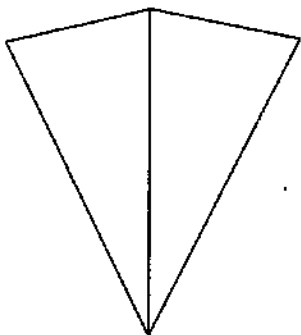
Тест 5

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Ответ	1	1	2	1	1	4	2	4	2	4	4

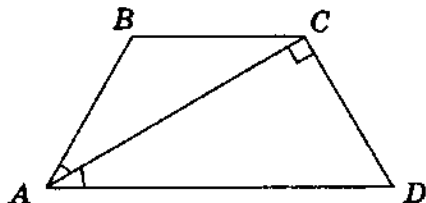
Тест 6

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Ответ	3	3	2	4	3	4	4	4	2	4	3

1. Площадь прямоугольника равна произведению длин двух его смежных сторон.
2. Такие треугольники могут быть, а могут и не быть подобными. Например, треугольники с углами 40° , 70° , 70° и 40° , 40° , 100° не подобны.
3. Такой четырехугольник может быть, а может и не быть параллелограммом. Пример, когда четырехугольник — не параллелограмм, изображен на рисунке.



4. Значения $\cos 60^\circ$, $\operatorname{tg} 45^\circ$, $\operatorname{tg} 30^\circ$ равны соответственно $\frac{1}{2}$; 1 ; $\frac{\sqrt{3}}{3}$.
5. Пусть $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1, \delta_1$ — углы первого четырехугольника, а $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2, \delta_2$ — углы второго четырехугольника. По условию задачи $\alpha_1 = 0,8\alpha_2$, $\beta_1 = 0,8\beta_2$, $\gamma_1 = 0,8\gamma_2$, $\delta_1 = 1,6\delta_2$. Так как сумма внутренних углов выпуклого четырехугольника равна 360° , то $\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 + \delta_1 = 360^\circ$ и $\alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2 + \delta_2 = 360^\circ$.
Имеем: $0,8(\alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2 + \delta_2) + 0,8\delta_2 = 360^\circ$, откуда $0,8 \cdot 360^\circ + 0,8\delta_2 = 360^\circ$, следовательно, $0,8\delta_2 = 72^\circ$ и $\delta_2 = 90^\circ$.
Тогда $\delta_1 = 1,6 \cdot 90^\circ = 144^\circ$.
6. Пусть $\angle BAC = \angle CAD = \alpha$. Так как трапеция $ABCD$ — равнобедренная, то $\angle ADC = 2\alpha$. Поскольку сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90° , то $2\alpha + \alpha = 90^\circ$ и $\alpha = 30^\circ$. В прямоугольном треугольнике ACD катет CD равен 1 и лежит напротив угла в 30° , поэтому $AD = 2$.
Углы BCA и DAC равны (как накрест лежащие), поэтому $\angle BAC = \angle BCA$ и $AB = BC = 1$. Итак, периметр трапеции равен $AB + BC + CD + AD = 1 + 1 + 1 + 2 = 5$.



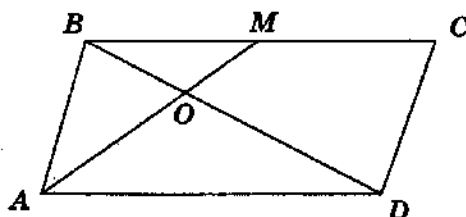
7. Так как диагональ делит параллелограмм на два равных треугольника, то площадь треугольника BDC равна 24.

Треугольники BOM и DOA подобны с коэффициентом подобия, равным $1/2$, поэтому $BO:OD=1:2$ и $BO:BD=1:3$.

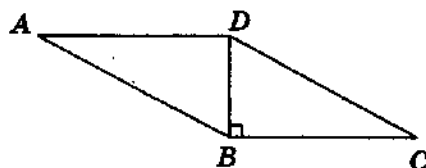
Поскольку площади треугольников, имеющих общий угол, относятся как произведения прилежащих к этому углу сторон, то

$$\frac{S_{\triangle BOM}}{S_{\triangle BDC}} = \frac{BO \cdot BM}{BD \cdot BC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}.$$

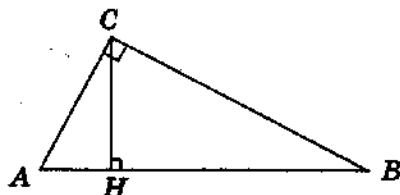
Следовательно, площадь треугольника BOM равна 4.



8. Пусть $CD=x$ и $BC=y$ — смежные стороны данного параллелограмма ($x > y$). Согласно условию задачи имеем, что $2x+2y=50$ и $x-y=1$, откуда $x=13$ и $y=12$. Применяя к прямоугольному треугольнику BCD теорему Пифагора, находим, что $BD = \sqrt{CD^2 - BC^2} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$.

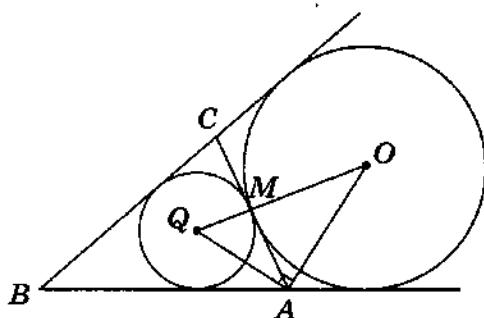


9. Пусть $\angle CAB = \alpha$, тогда $\angle ACH = 90^\circ - \alpha$ и $\angle BCH = \alpha$. Значит, треугольники ACH и CBH подобны (по двум углам). Поэтому $\frac{AH}{CH} = \frac{CH}{BH}$, откуда $CH^2 = AH \cdot BH = 81$. Следовательно, $CH = 9$.

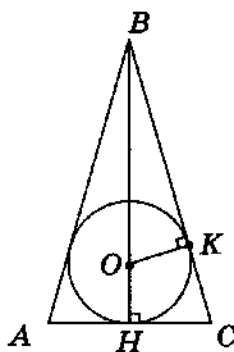


10. Пусть O — центр данной окружности, а Q — центр окружности, вписанной в треугольник ABC . Точка касания M окружностей делит AC пополам. AQ и AO — биссектрисы смежных углов,

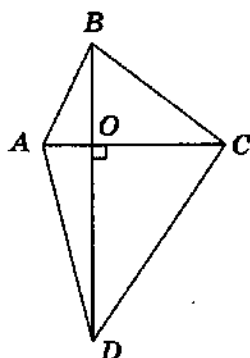
значит, угол OAQ — прямой. Из прямоугольного треугольника OAQ получаем, что $AM^2 = QM \cdot MO$. Следовательно, $QM = \frac{AM^2}{OM} = 4,5$.



11. Пусть ABC — данный равнобедренный треугольник с основанием AC , O — центр вписанной окружности, BH — высота, проведенная из вершины. Пусть также вписанная в треугольник окружность касается стороны BC в точке K . Согласно условию задачи $BO:OH = 12:5$, значит, $BO:OK = 12:5$. Треугольники BCH и BOK подобны (по двум углам). Следовательно, $\frac{BC}{CH} = \frac{BO}{OK} = \frac{12}{5}$, откуда $CH = 25$ и $AC = 50$.

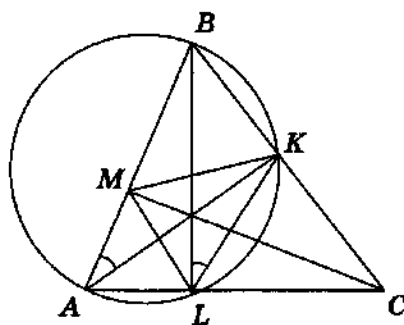


12. Пусть $ABCD$ — данный четырехугольник, O — точка пересечения его диагоналей. Согласно теореме Пифагора $AB^2 = OA^2 + OB^2$, $CD^2 = OC^2 + OD^2$. Поэтому, $AB^2 + CD^2 = OA^2 + OB^2 + OC^2 + OD^2$. Аналогично, $BC^2 = OB^2 + OC^2$ и $AD^2 = OA^2 + OD^2$. Таким образом, $BC^2 + AD^2 = OB^2 + OC^2 + OA^2 + OD^2$. Следовательно, $AB^2 + CD^2 = BC^2 + AD^2$, что и требовалось доказать.



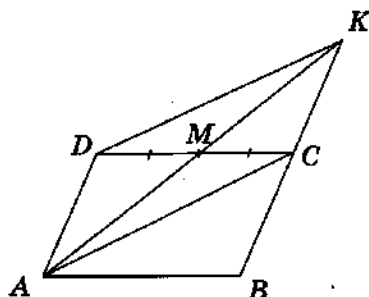
13. Пусть в данном треугольнике ABC проведены высоты AK , BL и CM . Докажем, например, что LB является биссектрисой угла MLK . Заметим, что если мы построим на AB как на диаметре окружность, то точки K и L будут лежать на этой окружности (это следует из того, что углы AKB и ALB прямые). Значит, $\angle BAK = \angle BLK$ (как вписанные, опирающиеся на одну и ту же дугу).

Аналогично можно доказать, что $\angle BCM = \angle BLM$ (для этого нужно построить окружность на BC как на диаметре). Так как $\angle BAK = \angle BCM = 90^\circ - \angle ABC$, то $\angle BLK = \angle BLM$, что и требовалось доказать.

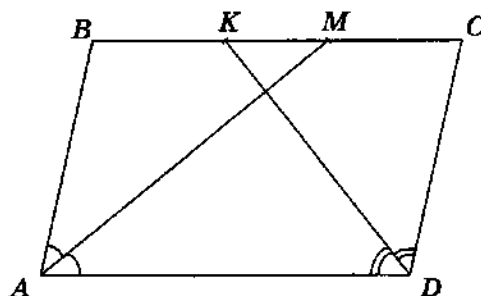


14. Проведем прямую b , проходящую через точку A и перпендикулярную прямой a , и прямую c , являющуюся серединным перпендикуляром к отрезку AB . Эти прямые пересекутся в точке O . Тогда O — центр искомой окружности. Действительно, все точки серединного перпендикуляра к отрезку равноудалены от концов этого отрезка, поэтому $OA = OB$. С другой стороны, прямая a будет касательной к окружности с центром в точке O и радиусом $r = OA$, так как она перпендикулярна данному радиусу.

2. Если суммы противоположных сторон выпуклого четырехугольника равны, то в него всегда можно вписать окружность.
3. Треугольники ADM и KCM равны (по стороне и двум углам), значит, $AM = MK$. В четырехугольнике $ADKC$ диагонали в точке пересечения делятся пополам, следовательно, $ADKC$ — параллелограмм. Поэтому прямые AC и DK всегда параллельны.



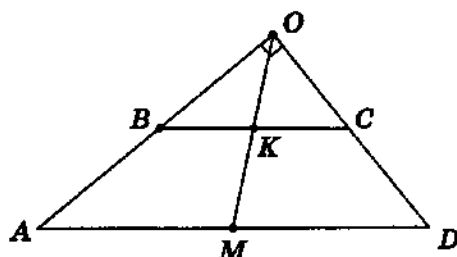
4. Так как катет прямоугольного треугольника равен произведению его гипотенузы на косинус прилежащего угла, то $b = c \cos \alpha$.
5. Пусть $ABCD$ — данный параллелограмм, AM и DK — биссектрисы его углов A и D соответственно. Так как $\angle BMA = \angle DAM$ (как накрест лежащие), то $\angle BMA = \angle BAM$ и треугольник ABM — равнобедренный. Следовательно, $BM = AB = 8$ и $MC = 2$. Аналогично доказывается, что $KC = CD = 8$. Это значит, что $KM = KC - MC = 6$.



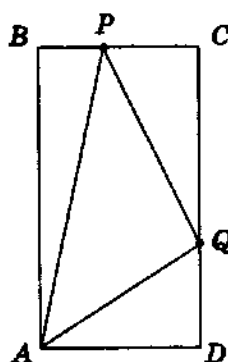
6. Пусть K — середина отрезка BC , прямые AB и CD пересекаются в точке O , прямая OK пересекает прямую AD в точке M . Тогда $\angle AOD = 90^\circ$ и точка M — середина отрезка AD (последнее утверждение следует из подобия треугольников BOK и AOM , а также треугольников KOC и MOD , поскольку обе эти

пары треугольников подобны с одинаковым коэффициентом подобия).

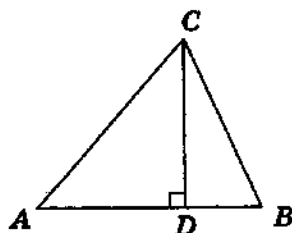
Так как в прямоугольном треугольнике медиана, проведенная к гипотенузе, равна половине гипотенузы, то $OM = 3$ и $OK = 1$. Следовательно, $KM = OM - OK = 2$.



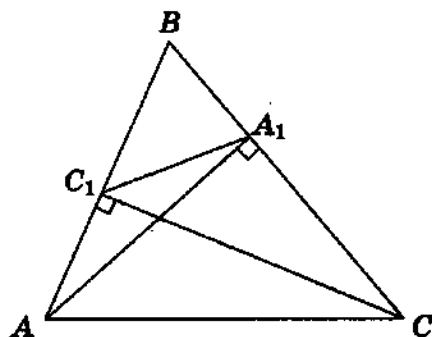
7. Площадь треугольника APQ мы получим, если из площади прямоугольника $ABCD$ вычтем сумму площадей треугольников ABP , PCQ и QDA . Имеем $S_{ABCD} = 3 \cdot 7 = 21$; $S_{\triangle ABP} = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 1 = 3,5$; $S_{\triangle PCQ} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5 = 5$; $S_{\triangle QDA} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 = 3$ и $S_{\triangle APQ} = 21 - 3,5 - 5 - 3 = 9,5$.



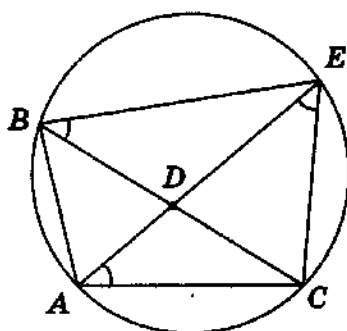
8. Пусть $AD = BC = x$, тогда $BD = 3 - x$. Применив теорему Пифагора к треугольнику BDC , получим уравнение $x^2 = 3 + (3 - x)^2$, откуда $x = 2$. Значит, $AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{7}$.



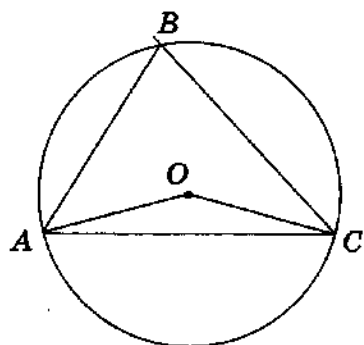
9. Так как $\angle ABC = 60^\circ$, то $\angle BCC_1 = 30^\circ$ и $BC_1 = \frac{1}{2}BC$ (так как катет прямоугольного треугольника, лежащий напротив угла в 30° , равен половине гипотенузы). Аналогично, $BA_1 = \frac{1}{2}BA$. Следовательно, треугольники A_1BC_1 и ABC подобны согласно второму признаку подобия. Значит, $A_1C_1 = \frac{1}{2}AC = 3$.



10. Треугольник ACE равнобедренный, поэтому углы EAC и AEC равны. С другой стороны, $\angle EAC = \angle EBC$ (как вписанные, опирающиеся на одну и ту же дугу). Поэтому $\angle AEC = \angle EBC$ и треугольники EBC и DEC подобны (по двум углам). Имеем $\frac{BC}{CE} = \frac{CE}{DC}$, откуда $\frac{1}{2}BC^2 = 1$ и $BC = \sqrt{2}$.



11. Треугольник AOC — равнобедренный, поэтому $\angle OAC = \angle OCA = 10^\circ$ и $\angle AOC = 160^\circ$. Угол ABC — вписанный, следовательно, он равен половине центрального угла AOC , то есть равен 80° . Применяя теорему о сумме углов треугольника, находим, что $\angle A = 70^\circ$.



12. Пусть O — центр данной окружности, AC — ее диаметр, поэтому $\angle ABC = 90^\circ$ (рис. 1). Пусть $\angle ACB = \alpha$, тогда $\angle CAB = 90^\circ - \alpha$. Так как радиус окружности, проведенный в точку касания, перпендикулярен касательной, то $\angle MAB = 90^\circ - \angle CAB = \alpha$. Поскольку вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается, то угол MAB измеряется половиной дуги AB , расположенной внутри угла MAB . Аналогично рассматривается случай, изображенный на рисунке 2. Еще в одном случае (рис. 2а) $\angle BAM = 90^\circ$, а соответствующая дуга равна 180° , поэтому утверждение также является верным.

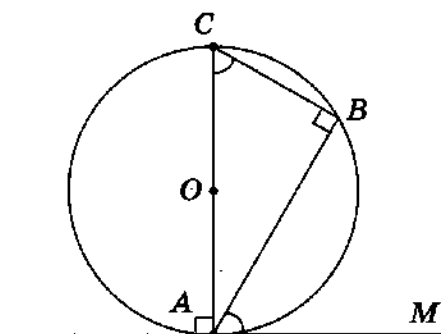


Рис. 1

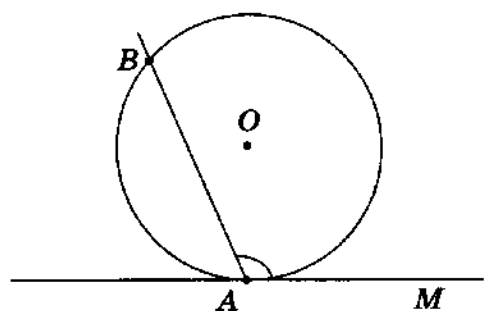


Рис. 2

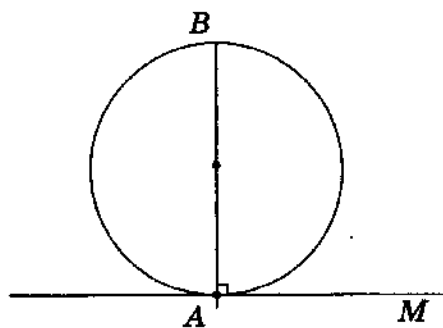
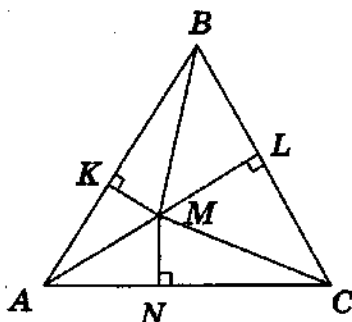


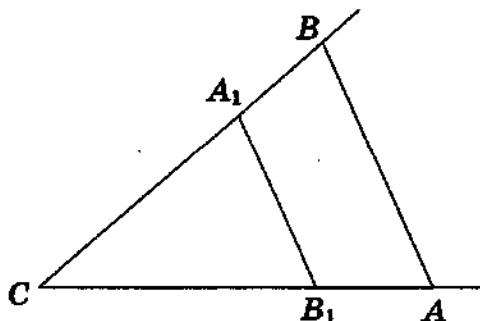
Рис. 2а

13. Пусть ABC — данный равносторонний треугольник, M — данная точка. Опустим перпендикуляры MK , ML и MN на стороны AB , BC и AC соответственно. Пусть также $S_{\triangle ABC} = S$, $AB = BC = AC = a$, $MK = x$, $ML = y$, $MN = z$. Имеем: $S_{\triangle ABM} = \frac{1}{2}ax$, $S_{\triangle BMC} = \frac{1}{2}ay$, $S_{\triangle AMC} = \frac{1}{2}az$. Тогда $S = \frac{1}{2}a(x+y+z)$, откуда $x+y+z = \frac{2S}{a}$ и не зависит от положения точки M .



14. Пусть a , b , c — стороны данного треугольника, h_a , h_b , h_c — высоты, проведенные соответственно к этим сторонам. Из равенств $a \cdot h_a = b \cdot h_b = c \cdot h_c$ (что следует из формулы для нахождения площади треугольника) находим, что отрезки a , b и c пропорциональны отрезкам h_b , h_a и $\frac{h_a \cdot h_b}{h_c}$.

Поэтому строим сначала треугольник со сторонами $CB_1 = h_a$, $CA_1 = h_b$ и $B_1A_1 = \frac{h_a \cdot h_b}{h_c}$ (построение отрезка $\frac{h_a \cdot h_b}{h_c}$ описано в решении задачи 14 теста 1). Затем на луче CB_1 откладываем отрезок CB , равный b , а на луче CA_1 — отрезок CA , равный a . Тогда треугольник ABC , подобный треугольнику B_1A_1C , — искомый.



Тест 12

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Ответ	1	2	2	1	1	3	3	4	2	1	1

Тест 13

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Ответ	2	1	2	4	3	4	3	3	1	4	2

Тест 14

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Ответ	3	2	1	3	1	2	3	2	4	3	2

Тест 15

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Ответ	2	2	2	3	1	1	3	2	2	3	3

Справочное издание

Садовничий Юрий Викторович

Промежуточное тестирование

Геометрия

8 класс

Издательство **«ЭКЗАМЕН»**

Гигиенический сертификат
№ РОСС RU. AE51. Н 16582 от 08.04.2014 г.

Главный редактор *Л. Д. Латто*

Редактор *И. М. Бокова*

Технический редактор *Л. В. Павлова*

Корректоры *Н. Н. Яковлева, О. Ю. Казанцева*

Дизайн обложки *А. И. Баранюк*

Компьютерная верстка *И. Ю. Иванова*

107045, Москва, Луков пер., д. 8.

www.examen.biz

E-mail: по общим вопросам: info@examen.biz;

по вопросам реализации: sale@examen.biz

тел./факс 641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции
ОК 005-93, том 2; 953005 — книги, брошюры, литература учебная

Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами

в ООО «Красногорская типография»

143405, Московская обл., г. Красногорск, Коммунальный кв-л, д. 2.

www.ktprint.ru

По вопросам реализации обращаться по тел.:
641-00-30 (многоканальный).